

Ćwiczenia z termodynamiki dla I roku, grupy 1, 2, 3.

Zestaw nr 4.

1. Dana jest forma różniczkowa 2 zmiennych:

$$M(x, y)dx + N(x, y)dy.$$

(a) Jaki warunek muszą spełniać funkcje $M(x, y)$ i $N(x, y)$ aby ta forma była różniczką zupełną.

(b) Pokazać, że jeśli $M(x, y)dx + N(x, y)dy$ jest różniczką zupełną to wynik całki

$$\int_A^B (M(x, y)dx + N(x, y)dy)$$

nie zależy od drogi łączącej punkty A i B .

(c) Pokazać, że forma

$ydx + xdy$ jest różniczką zupełną,

$y^2dx + x^2dy$ nie jest różniczką zupełną.

(d) Obliczyć wynik całkowania powyższych form pomiędzy punktami $A(x=0, y=0)$ i $B(x=a, y=b)$ po drogach

i. $(0, 0) \rightarrow (0, b) \rightarrow (a, b)$

ii. $(0, 0) \rightarrow (a, 0) \rightarrow (a, b)$

iii. $(0, 0) \rightarrow (a, b)$,

gdzie “ \rightarrow ” oznacza najkrótszą drogę.

2. Sprawdzić czy poniższe formy różniczkowe są różniczkami zupełnymi:

a) $x dx + xy dy + dz$

b) $x dx + z dy + y dz$

c) $e^{-ay} dx + e^{-bx} dy$

d) $xyz dy$

f) $y^2 dx + x dy$.

3. Pokazać, że czynnik całkujący $G(x, y)$ formy różniczkowej:

$$dF = X(x, y)dx + Y(x, y)dy$$

spełnia równanie

$$Y \frac{\partial \ln G}{\partial x} - X \frac{\partial \ln G}{\partial y} = \frac{\partial X}{\partial y} - \frac{\partial Y}{\partial x}.$$

4. Jeden mol jednoatomowego gazu idealnego przechodzi w wyniku pewnego procesu ze stanu równowagi, w którym temperatura $T_1 = 300$ K do stanu równowagi, w którym $T_2 = 500$ K. Obliczyć zmianę energii wewnętrznej oraz entalpii gazu w tym procesie.
5. W wyniku sprężania gazu doskonałego od objętości V do objętości $\frac{1}{2}V$ jego ciśnienie wzrasta od wartości p do $3p$, a energia wewnętrzna wzrasta o ΔU . Obliczyć $\gamma = \frac{C_p}{C_v}$ dla tego gazu.