WSTĘP DO ELEKTRONIKI

Część III

Metody obliczania obwodów liniowych

Janusz Brzychczyk   IF UJ

Metody obliczania obwodów liniowych

Cel ☞ Wyznaczenie prądów lub napięć na wszystkich elementach obwodu

Stosowane prawa i metody:

Prawa Kirchhoffa:
- I prawo Kirchhoffa (dla prądów)
- II prawo Kirchhoffa (dla napięć)

Metoda superpozycji

Metoda źródła zastępczego:
- twierdzenie Thèvenina
- twierdzenie Nortona

Metody przekształcania sieci

Pierwsze prawo Kirchhoffa

Suma algebraiczna natężeń prądów dopływających (+) i odpływających (-) z danego punktu rozgałęzienia przewodników (węzła) jest równa 0.

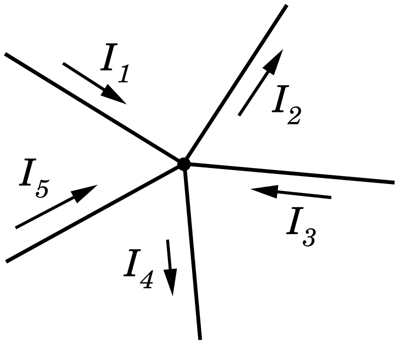
Przyjmuje się konwencję, że prądy zwrócone do węzła mają znak (+), a prądy ze zwrotem od węzła mają znak (-).

Inne sformułowanie:

Suma natężeń prądów dopływających do węzła jest równa sumie natężeń prądów wypływających z tego węzła.

Prawo to wynika z zasady zachowania ładunku oraz z faktu, że w węźle nie może gromadzić się ładunek.

Przykład:



$$I_1 - I_2 + I_3 - I_4 + I_5 = 0$$

$$I_1 + I_3 + I_5 = I_2 + I_4$$

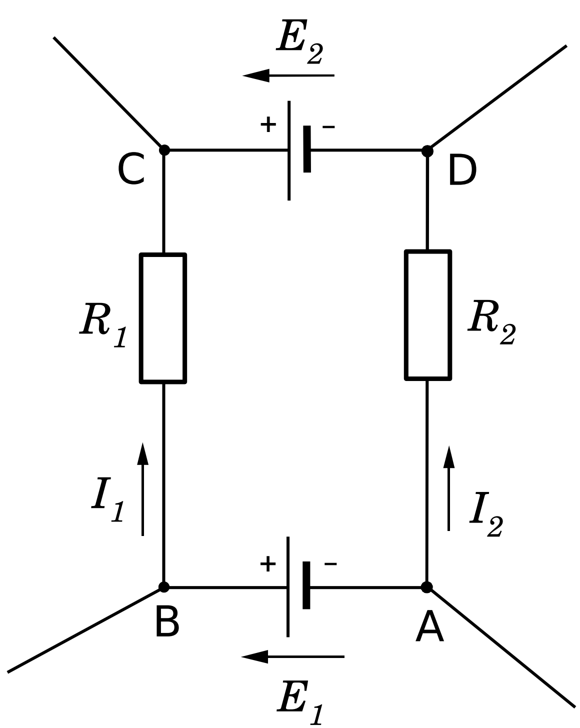
Drugie prawo Kirchhoffa

Suma napięć źródłowych (sił elektromotorycznych) i napięć odbiornikowych na wszystkich elementach obwodu zamkniętego jest równa zeru.

Inne sformułowanie:

Suma wartości chwilowych sił elektromotorycznych występujacych w obwodzie zamkniętym równa jest sumie wartości chwilowych napięć elektrycznych na elementach pasywnych tego obwodu.

Przykład:



$$U_{AB} + U_{BC} + U_{CD} + U_{DA} = 0$$

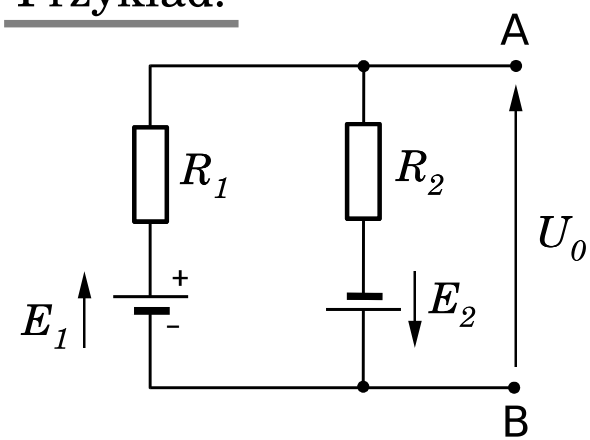
$$E_1 - I_1 R_1 - E_2 + I_2 R_2 = 0$$

Metoda superpozycji

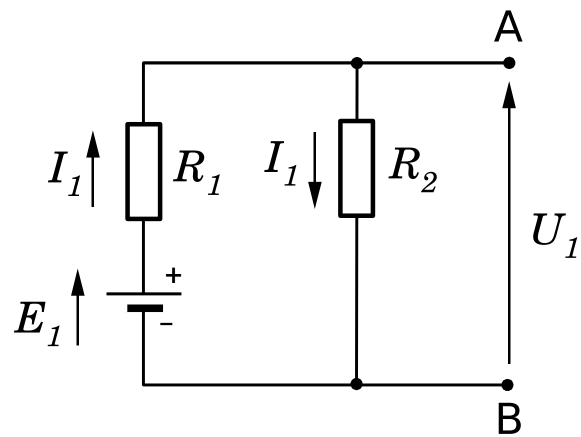
Metodę suporpozycji możemy stosować dla układu liniowego zawierającego co najmniej dwa źródła.

Odpowiedź układu liniowego na kilka wymuszeń jest równa sumie odpowiedzi na każde wymuszenie oddzielnie.

Przykład:



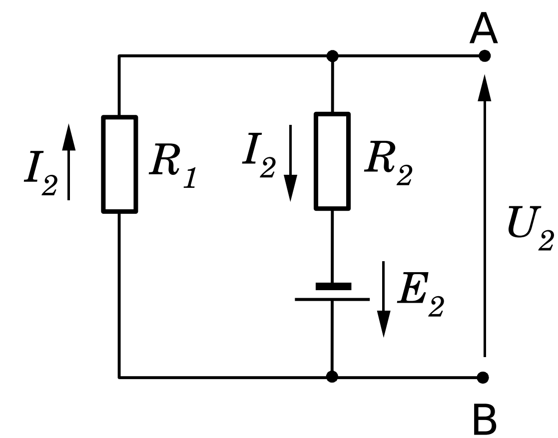
Układ z dwoma źródłami (wymuszeniami) E_1 , E_2



Układ ze źródłem E_1

$$I_1 = \frac{E_1}{R_1+R_2}$$

$$U_1 = R_2 I_1 = \frac{R_2}{R_1+R_2} E_1$$



Układ ze źródłem E_2

$$I_2 = \frac{E_2}{R_1+R_2}$$

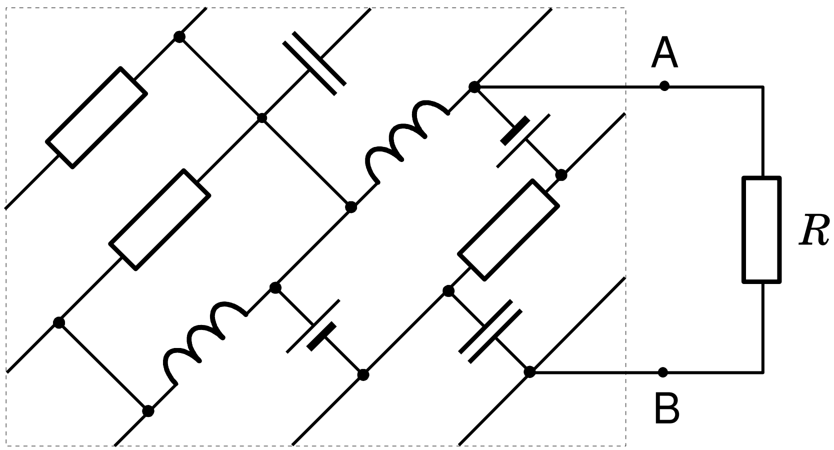
$$U_2 = -R_1 I_2 = -\frac{R_1}{R_1+R_2} E_2$$

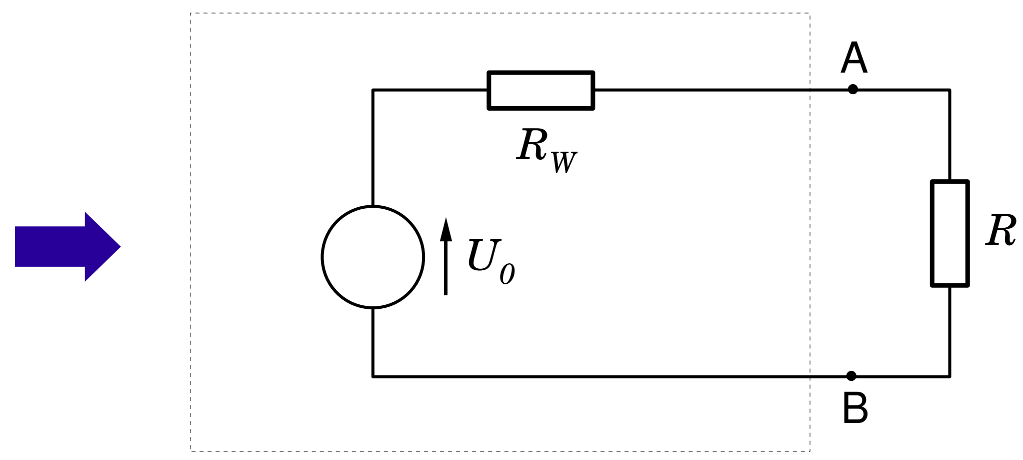
$$\boxed{U_0 = U_1 + U_2}$$

$$U_0 = \frac{R_2 E_1 - R_1 E_2}{R_1+R_2}$$

Twierdzenie Thèvenina

Każdy liniowy dwójnik aktywny można zastąpić równoważnym układem, składającym się ze źródła napięcia połączonego szeregowo z oporem (impedancją).



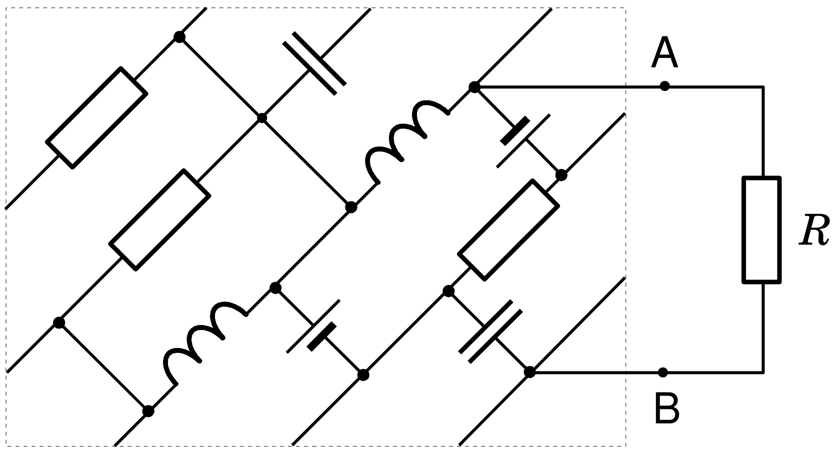


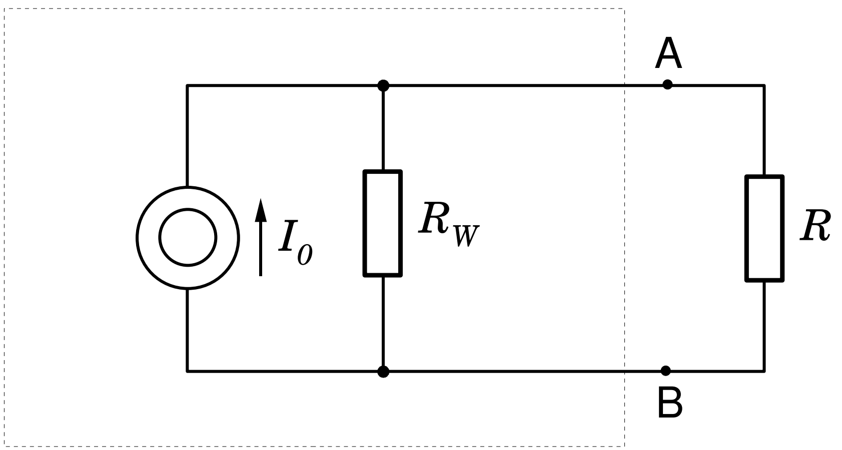
Liniowa sieć z dwoma zaciskami A, B, zawierająca dowolną liczbę źródeł energii.

Równoważny elektrycznie obwód z jednym źródłem napięcia, którego wartość U_0 jest równa napięciu na zaciskach otwartej gałęzi AB (przy braku obciążenia R). Rezystancja wewnętrzna R_W tego źródła jest równa rezystancji sieci pasywnej (po usunięciu wszystkich źródeł energii) widzianej od strony zacisków otwartej gałęzi AB.

Twierdzenie Nortona

Każdy liniowy dwójnik aktywny można zastąpić równoważnym układem, składającym się ze źródła prądu połączonego równolegle z oporem (impedancją).

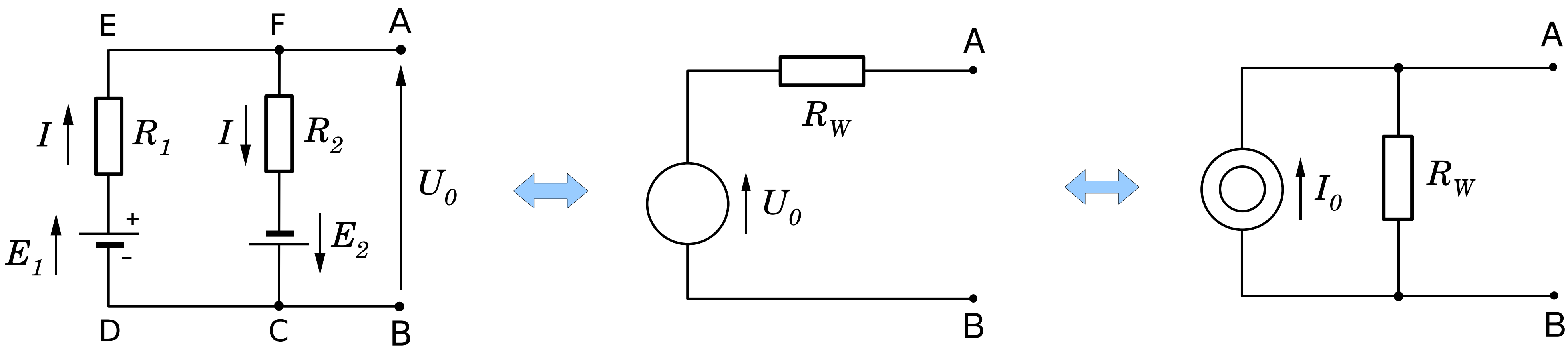




Liniowa sieć z dwoma zaciskami A, B, zawierająca dowolną liczbę źródeł energii.

Równoważny elektrycznie obwód z jednym źródłem prądu, którego wartość I_0 jest równa prądowi, który popłynie przy zwarciu zacisków AB. Rezystancja wewnętrzna R_W jest określona tak jak w twierdzeniu Thèvenina.

Przykład zastosowania twierdzeń Thèvenina i Nortona



Dana liniowa sieć aktywna

Równoważne źródło napięcia

Równoważne źródło prądu

Stosując II prawo Kirchhoffa dla obwodów C-D-E-F-C oraz A-F-C-B-A otrzymujemy:

$$\begin{cases} E_1 + E_2 = I R_1 + I R_2 \\ U_0 + E_2 = I R_2 \end{cases}$$

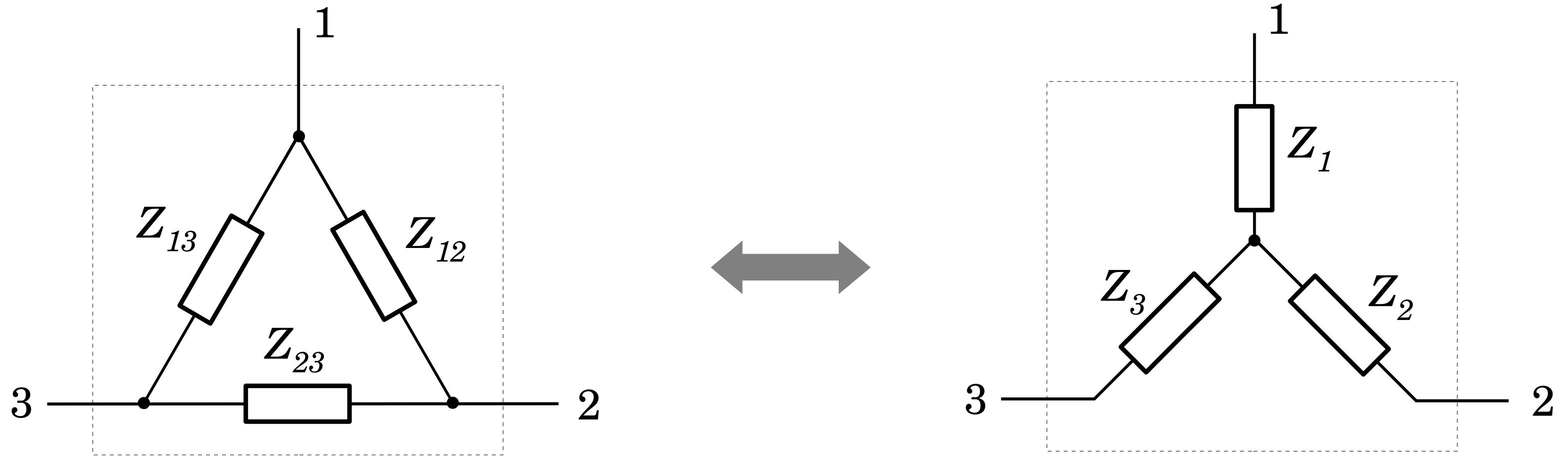
Stąd, szukane napięcie: $$U_0 = \frac{R_2 E_1 - R_1 E_2}{R_1 + R_2}$$

Rezystancja wewnętrzna widziana od strony zacisków AB: $$R_W = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$$

Prąd zwarciowy jest równy: $$I_0 = \frac{U_0}{R_W} = \frac{R_2 E_1 - R_1 E_2}{R_1 R_2}$$

Metody przekształcania sieci

Umiejętność przekształcenia trójkąta impedancji w gwiazdę może nieraz znacznie uprościć obliczenia.



Trójkąt impedancji

Gwiazda impedancji

Trójniki te są równoważne, jeżeli spełnione są zależności:

$$Z_1 = \frac{Z_{13} Z_{12}}{Z}, \qquad Z_2 = \frac{Z_{12} Z_{23}}{Z}, \qquad Z_3 = \frac{Z_{13} Z_{23}}{Z},$$

gdzie: $Z = Z_{12} + Z_{13} + Z_{23}$